УРОК № 51

Тема уроку. *Площа сфери.*

Мета уроку: *вивчення формули для площі сфери; формування вмінь застосовувати вивчену формулу до розв'язування задач.*

Обладнання: *моделі куль та сфер.*

I. Перевірка домашнього завдання

Перевірити правильність виконання задач, № 47—50 за допомогою записів, зроблених на дошці до початку уроку.

Розв'язання задачі № 47

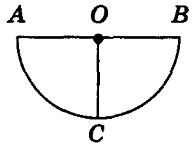

Рис. 174

Нехай півкруг *OACB* (рис. 174), в якому AO = *OC* = *OB* = *R*, згорнуто у конічну поверхню (рис. 175). Довжина дуги межі півкруга дорівнює πR, а отже, довжина кола основи конуса дорівнює $2\pi r$, де r — радіус кола основи: $2\pi r = \pi R$, звідси

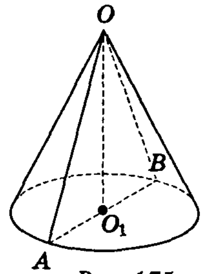

Рис. 175

$$r = \frac{\pi \cdot R}{2\pi} = \frac{R}{2}.$$

Із ΔOO_1A маємо: $\sin \angle AOO_1 = \frac{AO_1}{AO} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$,

звідси $\sin \angle AOO_1 = \arcsin \frac{1}{2} = 30°$.

Відповідь. 30°.

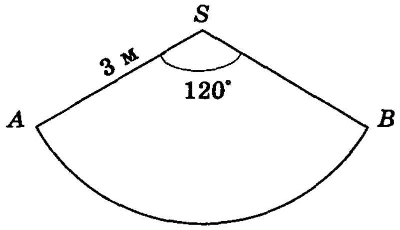

Рис. 176

Розв'язання задачі № 48

Нехай круговий сектор *SAB* (рис. 176), у якому AS = *SB* = 3 м, $\angle ASB$ = 120°, згорнуто у конічну поверхню (рис. 177), бічна поверхня якої дорівнює

$S = \frac{\pi \cdot R^2}{360^o}\,120° = 3\pi$, де R — радіус кола розгортки бічної поверхні конуса.

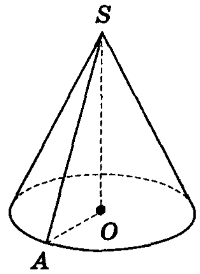

Рис. 177

Оскільки площа бічної поверхні конуса дорівнює

$S_{біч} = \pi rl = \pi r \cdot 3 = 3\pi r$, де r — радіус основи конуса, то маємо: $3\pi r = 3\pi$; $r = 1$.

Отже, радіус кола основи конуса дорівнює 1 м.

Відповідь. 1 м.

Розв'язання задачі № 49

Рупор має форму зрізаного конуса, з осьовим перерізом *ABDC* (рис. 178), у якого AC = 0,036 м, BD = 0,43 см, AB = 1,42 м. Тоді

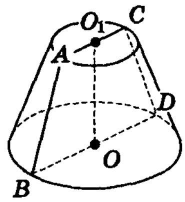

Рис. 178

$$S_{біч} = \pi\,(AO_1 + BO)\cdot AB = \pi\left(\frac{AC}{2} + \frac{BD}{2}\right)\cdot AB = \frac{\pi}{2}\,(AC + BD)\cdot AB =$$

$$= \frac{\pi}{2}\cdot(0{,}036 + 0{,}43)\cdot 1{,}42 \approx 1{,}039\ (м^2).$$

Відповідь, $\approx$ *1,*039 м^2.

Розв'язання задачі № 50

Нехай D = 30 см і d = 25 см, l = 27,5 см; тоді $S_{пов.в} = \pi (R + r)\, l + \pi r^2 =$

$$= \frac{\pi}{2}(30 + 25) \cdot 27{,}5 + \pi \cdot \frac{25^2}{4} \approx \frac{4749{,}25}{2} + \frac{1962{,}5}{4} = 2865{,}25\ (см^2)\ \ 0{,}286 м^2.$$

$S_{100\ пов.в} \approx 0{,}286 \cdot 100 = 28{,}6\ (м^2)$.

Маса оліфи, яка потрібна для фарбування 100 відер, становить

$28{,}6 \cdot 150 = 4290$ (г) $\approx$ 4,3 кг.

Відповідь. $\approx$ 4,3 кг.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Можна пояснити виведення формули для площі сфери згідно з п. 81 § 8 підручника. Можливо пояснити виведення цієї формули по-іншому. Наведемо варіант пояснення.

Площа сфери

Задача № 1

Навколо сфери радіуса r описано опуклий многогранник. Доведіть, що його об'єм V може бути обчислений за формулою

$V = \frac{1}{3} Sr$, де S — площа поверхні многогранника.

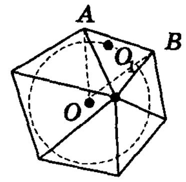

Рис. 179

Розв'язання

З'єднаємо центр сфери точку О з усіма вершинами многогранника (рис. 179). Тоді об'єм V многогранника дорівнює сумі об'ємів пірамід, основи яких — грані даного многогранника, а висота дорівнює радіусу r вписаної кулі:

$$V = \frac{1}{3} S_1 r + \frac{1}{3} S_2 r + \frac{1}{3} S_3 r + ... + \frac{1}{3} S_n r = \frac{1}{3} r (S_1 + S_2 + ... S_n) = \frac{1}{3} rS,$$

де S_1, S_2, S_3 , ..., S_n — площі граней многогранника, S — площа поверхні многогранника.

Задача № 2

Радіус сфери дорівнює r. Знайдіть площу сфери.

Розв'язання

Опишемо навколо сфери опуклий многогранник з n малими гранями. Будемо необмежене збільшувати n таким чином, щоб площа кожної грані наближалася до нуля. За площу сфери приймемо границю послідовності площ поверхонь, описаних навколо сфери многогранників, за умови наближення до нуля площі кожної грані.

Нехай S_n — площа поверхні многогранника, V_n — його об'єм. Тоді, згідно з задачею № **1,** маємо: $V_n = \frac{1}{3} S R$.

Будемо тепер необмежене збільшувати число *n,* тоді число граней многогранника буде необмежене збільшуватися, площа його поверхні буде наближатися до площі сфери *S,* а об'єм многогранника — до об'єму *V* кулі:

Отже $V = \frac{1}{3} SR$, звідси маємо: $S = \frac{3V}{R} = \frac{3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R^3}{R} = 4\pi R^2$.

Таким чином, площа S сфери радіуса *R* обчислюється за формулою $S = 4\pi R^2$.

Розв'язування задач

1. Знайдіть площу поверхні кулі, діаметр якої 10 см. *(Відповідь.* 100π см^2.)
2. Площа великого круга кулі дорівнює 20π см^2. Знайдіть площу поверхні кулі. *(Відповідь. 80π см^2.)*
3. Площа поверхні кулі дорівнює 64π см^2. Знайдіть діаметр кулі. *(Відповідь. 8 см.)*
4. Довжина кола великого круга кулі дорівнює 10π см. Знайдіть площу поверхні кулі. *(Відповідь. 100π см^2.)*
5. Дано півкулю радіуса R. Знайдіть її повну поверхню. *(Відповідь. 3πR.)*
6. Як зміниться площа поверхні кулі, якщо її радіус збільшити у 2 рази? *(Відповідь. Збільшиться в 4 рази.)*
7. Доведіть, що, якщо рівносторонній конус і півкуля мають спільну основу, то площа бічної поверхні конуса дорівнює площі сферичної поверхні півкулі.

III. Домашнє завдання

§ 8, п. 81 підручника; контрольне запитання № 9; задача № 34 (с. 120).

IV. Підведення підсумку уроку

Запитання до класу

1) Сформулюйте, чому дорівнює площа сфери.
2) Запишіть формулу для обчислення площі сфери.