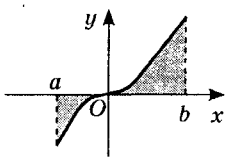
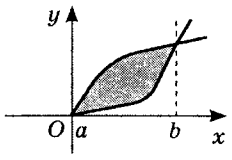
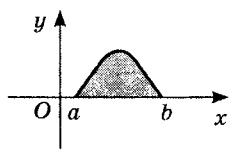
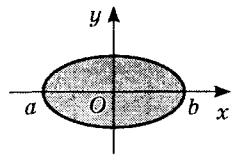
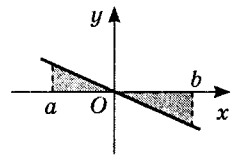
ТЕМА 3. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

ЧАСТИНА 1

Завдання 1—6 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки ОДНА відповідь є ПРАВИЛЬНОЮ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її в бланку відповідей.

1. Яка із зафарбованих фігур є криволінійною трапецією?

А	Б	В	Г	Д
				

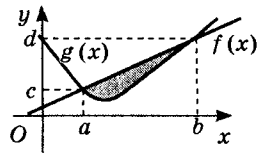
2. Обчисліть $\int 3^x dx$.

А	Б	В	Г	Д
$3^x \ln x + C$	$3^x \ln 3 + C$	$\frac{3^x}{\ln 3} + C$	$\frac{3^x}{\ln x} + C$	Інша відповідь

3. Визначте загальний вигляд первісної для функції $y = \frac{1}{x^3} + \cos x$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3x^2} + \sin x + C$	$-\frac{1}{2x^2} - \sin x + C$	$-\frac{1}{2x^2} + \sin x + C$	$\frac{1}{3x^2} - \sin x + C$	Інша відповідь

4. Площа фігури, обмеженої лініями $y = f(x)$ і $y = g(x)$ (див. рисунок), обчислюється за формулою:



А	Б	В	Г	Д
$S = \int_c^d (f(x) - g(x))dx$	$S = \int_c^d (g(x) - f(x))dx$	$S = \int_b^a (f(x) + g(x))dx$	$S = \int_b^a (f(x) - g(x))dx$	$S = \int_b^a (g(x) - f(x))dx$

5. Обчисліть $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	Інша відповідь

6. Яке з тверджень є неправильним?

А	Б	В	Г	Д
Якщо функція $f(x)$ інтегрована на відрізку $[a; b]$ і $c \in [a; b]$, то $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	Якщо $F(x)$ — первісна для функції $f(x)$, а k і b — сталі $(k \neq 0)$, то $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}F(kx+b) + C$	Площу криволінійної трапеції, обмеженої графіком неперервної і невід'ємної на відрізку $[a; b]$ функції $f(x)$, відрізком $[a; b]$ осі Ox та прямими $x = a$ і $x = b$, можна обчислити за формулою $S = \int_a^b f(x)dx$	Загальний вигляд усіх первісних для функції $f(x) = x^\alpha$ для будь-якого α такий: $F(x) = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	Якщо $F(x)$ — довільна первісна для функції $f(x)$, то різниця $F(b) - F(a)$ є визначеним інтегралом від функції $f(x)$ на відрізку $[a; b]$

ЧАСТИНА 2

У завданнях 7—11 наведіть розв'язання, впишіть відповідь і перенесіть її в бланк відповідей.

7. Швидкість точки, що рухається прямолінійно, задано формулою $v(t)=2t+4$. Знайдіть момент часу t, коли координата точки x дорівнює 12, якщо $x(0)=0$.

Відповідь: _____

8. Обчисліть $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)dx$.

Відповідь: _____

9. Знайдіть площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y=\dfrac{6}{x\ln 6}$, $x=6$, $x=36$ та віссю Ox.

Відповідь: _____

10. Знайдіть $f(-1)$, якщо $f'(x)=4x^3-6x^2$ і $f(2)=2$.

Відповідь: _____

11. Функція $y=F(x)+C$, де C — довільна стала, є загальним виглядом первісної для функції $y=f(x)$. При якому значенні C графік первісної проходить через точку $N(3;\,2)$, якщо $f(x)=3\sqrt{2x+3}$?

Відповідь: _____

Місце для чернетки

ЧАСТИНА 3

Розв'язання завдань 12—14 повинно містити повне пояснення, записане у вигляді послідовних логічних дій, із посиланням на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Одержану відповідь перенесіть у бланк відповідей.

12. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою $y = 6x - 3x^2$, дотичною, яка проведена до цієї параболи в точці з абсцисою $x_0 = 2$, та віссю ординат.

Відповідь: _____

13. Обчисліть значення виразу $\frac{\pi}{8} - \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x} dx$.

Відповідь: _____

14. При якому значенні параметра a пряма $x=a$ поділяє площу фігури, обмеженої лініями $y=\frac{16}{x}$, $y=0$, $x=4$ і $x=16$, навпіл?

Відповідь: _____

БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ

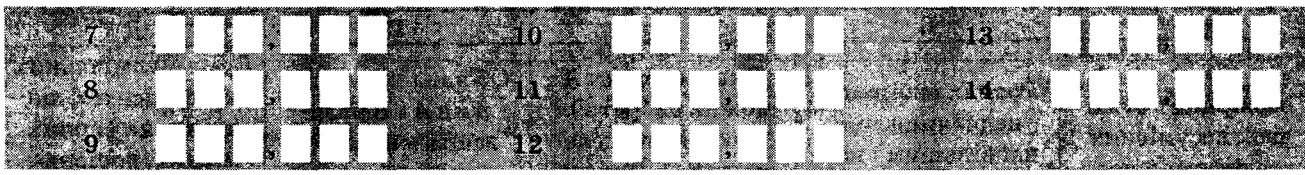
У завданнях 1—6 правильну відповідь позначайте тільки так: ☒

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐

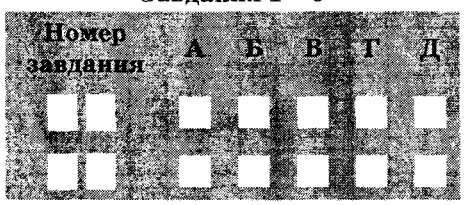
У завданнях 7—14 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, з огляду на положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.



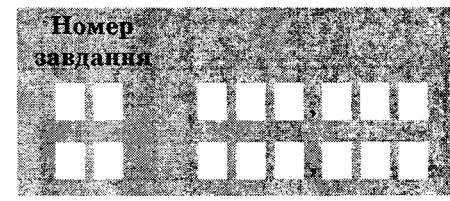
Місце виправлення помилкової відповіді

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер та нову відповідь у відповідних клітинках.

Завдання 1—6



Завдання 7—14

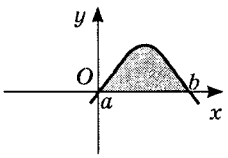
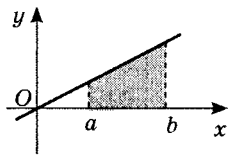
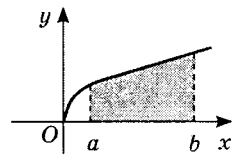
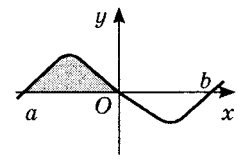
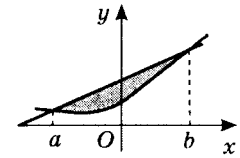


ТЕМА 3. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

ЧАСТИНА 1

Завдання 1—6 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки ОДНА відповідь є ПРАВИЛЬНОЮ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її в бланку відповідей.

1. Яка із зафарбованих фігур не є криволінійною трапецією?

А	Б	В	Г	Д
				

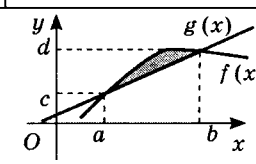
2. Знайдіть $\int 2^x dx$.

А	Б	В	Г	Д
$2^x \ln x + C$	$2^x \ln 2 + C$	$\frac{2^x}{\ln 2} + C$	$\frac{2^x}{\ln x} + C$	Інша відповідь

3. Визначте загальний вигляд первісної для функції $y = \frac{1}{x^4} - \sin x$.

А	Б	В	Г	Д
$y = \frac{1}{4x^3} + \cos x + C$	$-\frac{1}{3x^3} - \cos x + C$	$-\frac{1}{3x^3} + \cos x + C$	$\frac{1}{4x^3} - \cos x + C$	Інша відповідь

4. Площа фігури, обмеженої лініями $y = f(x)$ і $y = g(x)$ (див. рисунок), обчислюється за формулою:



А	Б	В	Г	Д
$S = \int_c^d (f(x) - g(x))dx$	$S = \int_c^d (g(x) - f(x))dx$	$S = \int_c^d (f(x) + g(x))dx$	$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$	$S = \int_a^b (g(x) - f(x))dx$

5. Обчисліть $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	Інша відповідь

6. Яке з тверджень є неправильним?

А	Б	В	Г	Д
Функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на даному проміжку, якщо для будь-якого x з цього проміжку $F'(x) = f(x)$	Сукупність усіх первісних даної функції $f(x)$ називається невизначеним інтегралом від функції $f(x)$, тобто $\int f(x)dx = F(x) + C$	Фігуру, обмежену графіком функції $f(x)$, відрізком $[a; b]$ осі Ox та прямими $x = a$ і $x = b$, називають криволінійною трапецією, якщо на цьому відрізку функція неперервна і набуває тільки невід'ємних значень	Формула Ньютона—Лейбніца має вигляд $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$, де $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$	Якщо $F(x)$ — первісна для функції $f(x)$, а k і b — сталі $(k \neq 0)$, то $\frac{1}{k} F(kx + b)$ є первісною для функції $f(kx + b)$

ЧАСТИНА 2

У завданнях 7—11 наведіть розв'язання, впишіть відповідь і перенесіть її в бланк відповідей.

7. Швидкість точки, що рухається прямолінійно, задано формулою $v(t)=2t-6$. Знайдіть момент часу t, коли координата точки x дорівнює 16, якщо $x(0)=0$.

Відповідь: _____

8. Обчисліть $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4\sin x\cos x dx$.

Відповідь: _____

9. Знайдіть площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y=\dfrac{4}{x\ln 4}$, $x=4$, $x=64$ та віссю Ox.

Відповідь: _____

10. Знайдіть $f(2)$, якщо $f'(x)=3x^2+12x^3$ і $f(-1)=4$.

Відповідь: _____

11. Функція $y=F(x)+C$, де C — довільна стала, є загальним виглядом первісної для функції $y=f(x)$. При якому значенні C графік первісної проходить через точку $N(9;\ 200)$, якщо $f(x)=9\sqrt{3x-2}$?

Відповідь: _____

Місце для чернетки

ЧАСТИНА 3

Розв'язання завдань 12—14 повинно містити повне пояснення, записане у вигляді послідовних логічних дій, із посиланням на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Одержану відповідь перенесіть у бланк відповідей.

12. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою $y = 3x^2 + 3x$, дотичною до цієї параболи в точці з абсцисою $x_0 = -1$ та віссю ординат.

Відповідь: _____

13. Обчисліть значення виразу $\frac{\pi}{8} - \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x} dx$.

Відповідь: _____

14. При якому значенні параметра a пряма $x=a$ поділяє площу фігури, обмеженої лініями $y=\frac{8}{x}$, $y=0$, $x=2$ і $x=8$, навпіл?

Відповідь: _____

БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ

У завданнях 1—6 правильну відповідь позначайте тільки так: ☒

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐

У завданнях 7—14 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, з огляду на положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

7 ☐☐,☐☐ 10 ☐☐,☐☐ 13 ☐☐,☐☐

8 ☐☐,☐☐ 11 ☐☐,☐☐ 14 ☐☐,☐☐

9 ☐☐,☐☐ 12 ☐☐,☐☐

Місце виправлення помилкової відповіді

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер та нову відповідь у відповідних клітинках.

Завдання 1—6

Номер завдання	А	Б	В	Г	Д
☐☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐☐	☐	☐	☐	☐	☐

Завдання 7—14

Номер завдання	
☐☐	☐☐,☐☐
☐☐	☐☐,☐☐