УРОК № 18

Тема уроку. *Тематичне оцінювання № 2.*
Мета уроку: *перевірка навчальних досягнень учнів з теми «Піраміда».*

І. Тематична контрольна робота № 2

Варіант 1

1. Знайдіть площу поверхні трикутної піраміди, у якої кожне ребро дорівнює $\sqrt{3}$ см. *(3 бали)*
2. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник, у якого основа і висота дорівнюють по 8 см. Всі бічні ребра нахилені до основи під кутом 45°. Знайдіть бічне ребро. *(3 бали)*
3. У правильній чотирикутній піраміді двогранний кут при основі дорівнює, α . Знайдіть повну поверхню піраміди, якщо відстань від основи її висоти до бічної грані дорівнює *d. (3 бали)*
4. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом *a* і прилеглим до нього гострим кутом α. Бічна грань, що містить інший катет цього трикутника, перпендикулярна до основи, а дві інші — нахилені до неї під кутом β. Знайдіть бічну поверхню піраміди. *(3 бали)*

Варіант 2

1. Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, у якої плоский кут при вершині дорівнює 30°, а бічне ребро — 10 см. *(3 бали)*
2. Основа піраміди — трикутник зі сторонами 5 см, 5 см і 6 см, а всі двогранні кути при сторонах основи дорівнюють по 60°. Знайдіть довжину висоти піраміди. *(3 бали)*
3. У правильній чотирикутній піраміді висота утворює з бічною гранню кут β. Відрізок, що сполучає основу висоти із серединою апофеми, дорівнює *b.* Знайдіть повну поверхню піраміди. *(3 бали)*
4. Основою піраміди є правильний трикутник зі стороною *a*. Одна бічна грань піраміди перпендикулярна до основи, а дві інші — нахилені до неї під кутом β. Знайдіть бічну поверхню піраміди. *(3 бали)*

Варіант 3

1. Знайдіть площу поверхні чотирикутної піраміди, у якої кожне ребро дорівнює $\sqrt{2}$ см, а в основі лежить квадрат. *(3 бали)*
2. Бічні ребра піраміди дорівнюють гіпотенузі прямокутного трикутника, що лежить в її основі, і дорівнюють 12 см. Знайдіть висоту піраміди. *(3 бали)*
3. У правильній чотирикутній піраміді кут між апофемою і площиною основи дорівнює α. Бісектриса цього кута перетинає висоту піраміди в точці, яка розміщена на відстані *d* від апофеми. Знайдіть бічну поверхню піраміди. *(3 бали)*
4. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою *a* і кутом α при вершині. Вічна грань, що містить основу цього трикутника, перпендикулярна до основи, інші нахилені до неї під кутом β. Знайдіть бічну поверхню піраміди. *(3 бали)*

Варіант 4

1. Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, у якої плоский кут при вершині дорівнює 90°, а бічне ребро — 10 см. *(3 бали)*
2. Основа піраміди — рівнобедрений трикутник, у якого основа 6 см, а висота 9 см. Бічні ребра дорівнюють по 13 см. Знайдіть висоту піраміди. *(3 бали)*
3. У правильній чотирикутній піраміді апофема утворює з висотою кут β. Серединний перпендикуляр, проведений до апофеми, перетинає висоту піраміди в точці, що знаходиться на відстані l від вершини піраміди. Знайдіть бічну поверхню піраміди. *(3 бали)*
4. Основа піраміди — правильний трикутник. Одна бічна грань піраміди перпендикулярна до основи, а дві інші — нахилені до неї під кутом β. Висота піраміди дорівнює H. Знайдіть бічну поверхню піраміди. *(3 бали)*

Відповідь. Варіант 1. 1. $3\sqrt{3}$ см^2; 2. $5\sqrt{2}$ см; 3. $\frac{8d^2 ctg\frac{\alpha}{2}}{\sin 2\alpha}$; 4. $\frac{a^2 tg\alpha}{2\cos\beta}\left(1+tg\frac{\alpha}{2}\sin\beta\right)$.

Варіант 2. 1. 75 см^2; 2. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ см; 3. $16b^2\sin\beta(\sin\beta+1)$; 4 $\frac{a^2\sqrt{3}(2+\sin\beta)}{8\cos\beta}$.

Варіант 3. 1. $\left(2\sqrt{3}+2\right)$см^2; 2. $6\sqrt{3}$ см; 3. $\frac{4d^2 ctg\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$; 4. $\frac{a^2 ctg\frac{\alpha}{2}}{4\cos\beta}\left(\sin\beta\sin\frac{\alpha}{2}+1\right)$.

Варіант 4. 1. 150 см^2; 2. 12 см; 3. $8l^2\sin2\beta\cos\beta$; 4. $\frac{2H^2 ctg\beta}{\sqrt{3}}\left(\frac{2}{\sin\beta}+1\right)$.

Тематичне оцінювання можна також провести за текстами тестів, наведених нижче.

II. Тести

При тематичному оцінюванні враховуються тільки ті шість із виконаних завдань, яким відповідає найбільша кількість балів.

Варіант 1

I рівень

1. Якщо сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема 1 см, то бічна поверхня піраміди дорівнює:
   а) 1 см^2; б) 3 см^2; в) 1,5 см^2; г) 4,5 см^2. *(1 бал)*
2. У зрізаній n-кутній піраміді кількість плоских кутів дорівнює:
   а) $3n$; б) $4n$; в) $6n$; г) $12n$. *(1 бал)*
3. Сторону основи і висоту правильної чотирикутної піраміди збільшили у 2 рази. При цьому площа бічної поверхні піраміди збільшиться у:
   а) $\sqrt{2}$ рази; б) 2 рази; в) 4 рази; г) 10 разів. *(1 бал)*

II рівень

1. Якщо периметр основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а апофема — 1 см, то двогранний кут при основі піраміди дорівнює:

а) 30°; б) 60°; в) arctg 2; г) arctg $\frac{1}{2}$. *(1 бал)*

2. Якщо ребро правильного тетраедра дорівнює 2 см, то його повна поверхня дорівнює:

а) $\sqrt{3}$ см^2; б) $2\sqrt{3}$ см^2; в) 4 см^2; г) $4\sqrt{3}$ см^2. *(1 бал)*

3. Якщо в правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює a і утворює з площиною основи кут 45°, то апофема піраміди дорівнює:

а) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{a}{2}$. *(1 бал)*

III рівень

1. Якщо площа бічної поверхні правильної n-кутної піраміди складає $\frac{2}{3}$ площі її повної поверхні, то двогранний кут при основі піраміди дорівнює:

а) 30°; б) 60°; в) $\arccos\frac{1}{3}$; г) $\arccos\frac{2}{3}$. *(2 бали)*

2. Висота правильної n-кутної піраміди дорівнює 1 см. Для того щоб січна площина, яка паралельна основі піраміди, ділила бічну поверхню пополам, її треба провести від вершини піраміди на відстані:

а) 0,5 см; б) $\frac{2}{3}$ см; в) $\sqrt[3]{0,5}$ см; г) $\sqrt{0,5}$ см. *(2 бали)*

3. Якщо бічне ребро правильної чотирикутної піраміди в $\sqrt{2}$ раз більше сторони основи, то кут між бічним ребром і площиною основи дорівнює:

а) 30°; б) 45°; в) 60°; г) arctg 2. *(2 бали)*

IV рівень

1. Відстань між мимобіжними ребрами правильного тетраедра з ребром 2 см дорівнює:

а) 1 см; б) $\sqrt{2}$ см; в) $\sqrt{3}$ см; г) 2 см. *(3 бали)*

2. Якщо в основі піраміди лежить ромб із гострим кутом α і стороною a та всі бічні грані піраміди нахилені до основи під кутом β, то бічна поверхня піраміди дорівнює:

а) $\frac{2a^2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\beta}$; б) $a^2\sin\alpha\cos\beta$; в) $\frac{a^2\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\beta}$; г) $\frac{a^2\sin\alpha}{\cos\beta}$. *(3 бали)*

3. Якщо в правильній чотирикутній піраміді сторона основи вдвічі більша висоти піраміди, то двогранний кут між сусідніми бічними гранями дорівнює:

а) 90°; б) 60°; в) 45°; г) 30°. *(3 бали)*

Варіант 2

I рівень

1. Якщо периметр основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а апофема — 1 см, то площа бічної поверхні піраміди дорівнює:

а) 1 см^2; б) 2 см^2; в) 0,5 см^2; г) 4 см^2. *(1 бал)*

2. Якщо піраміда має n многогранних кутів, то в неї:

а) n ребер; б) $2n$ ребер; в) $(2n - 1)$ ребер; г) $(2n - 2)$ ребер. *(1 бал)*

3. Сторону основи і висоту правильної трикутної піраміди зменшили у 2 рази. При цьому площа повної поверхні піраміди зменшиться в:

а) $\sqrt{2}$ рази; б) 2 рази; в) 4 рази; г) 8 разів. *(1 бал)*

II рівень

1. Якщо сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема — 1 см, то двогранний кут при основі піраміди дорівнює:

а) 30°; б) 60°; в) arct g 2; г) arctg $\frac{1}{2}$. *(1 бал)*

2. Якщо повна поверхня правильного тетраедра дорівнює $2\sqrt{3}$ см^2, то його ребро дорівнює:

а) $\sqrt{2}$ см; б) $\sqrt{3}$ см; в) 2 см; г) 3 см. *(1 бал)*

3. Якщо в правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює a і утворює з площиною основи кут 60°, то висота піраміди дорівнює:

а) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{a}{2}$. *(1 бал)*

III рівень

1. Якщо площа повної поверхні правильної n-кутної піраміди в 3 рази більша площі її основи, то двогранний кут при основі піраміди дорівнює:

а) arcsin $\frac{1}{3}$; б) arccos $\frac{1}{3}$; в) 30°; г) 60°. *(2 бали)*

2. Якщо січна площина, яка паралельна основі правильної n-кутної піраміди, ділить її бічне ребро у відношенні 1:2, рахуючи від вершини піраміди, то бічна поверхня одержаної зрізаної піраміди відноситься до бічної поверхні піраміди, як:

а)1:2; б) 2:3; в) 3:4; г) 7:8. *(2 бали)*

3. Якщо бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює стороні основи, то бічне ребро утворює з площиною основи кут:

а) 30°; б) 45°; в) 60°; г) arctg $\frac{1}{2}$. *(2 бали)*

IV рівень

1. Висота правильного тетраедра з ребром $\sqrt{6}$ см дорівнює:

а) 1 см; б) $\sqrt{2}$ см; в) $\sqrt{3}$ см; г) 2 см. *(3 бали)*

2. Якщо в основі піраміди лежить ромб із гострим кутом α і стороною a та всі бічні грані піраміди нахилені до основи під кутом β, то висота піраміди дорівнює:

а) $\frac{1}{2}a\cos\alpha\,\mathrm{tg}\beta$; б) $\frac{1}{2}a\sin\alpha\,\mathrm{tg}\beta$; в) $\frac{1}{2}a\sin\alpha\,\mathrm{ctg}\beta$; г) $\frac{1}{2}a\cos\alpha\,\mathrm{ctg}\beta$. *(3 бали)*

3. Якщо в правильній чотирикутній піраміді апофема дорівнює стороні основи, то двогранний кут між протилежними бічними гранями дорівнює:

а) 30°; б) 45°; в) 60°; г) 90°. *(3 бали)*

Таблиця відповідей

Рівень	Номер завдання	Варіант 1	Варіант 2
I	1	г	б
	2	в	г
	3	в	в
II	1	б	а
	2	г	а
	3	б	б
III	1	б	г
	2	г	в
	3	в	б
IV	1	б	г
	2	г	б
	3	а	в

III. Домашнє завдання

Якщо тематичне оцінювання проведено у формі контрольної тематичної роботи, то вдома виконати тести, і навпаки. Можна також запропонувати індивідуальні завдання, які подано нижче.

Індивідуальні завдання до теми «Піраміда»

Знайдіть площу основи та площу бічної поверхні правильної n-кутної піраміди, якщо:

1) $n = 3$, висота піраміди дорівнює H, а бічне ребро утворює з основою кут α ;
2) $n = 3$, висота піраміди дорівнює H і утворює з бічним ребром кут β;
3) $n = 3$, висота піраміди дорівнює H, а бічна грань утворює з основою кут γ;
4) $n = 3$, радіус кола, вписаного в основу, дорівнює r, а бічна грань утворює з основою кут γ;
5) $n = 3$, радіус кола, вписаного в основу, дорівнює r, а бічне ребро нахилене до основи під кутом α ;
6) $n = 3$, радіус кола, вписаного в основу, дорівнює r, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут β;
7) $n = 3$, радіус кола, описаного навколо основи, дорівнює R, а бічне ребро утворює з основою кут α ;
8) $n = 3$, радіус кола, описаного навколо основи, дорівнює R, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут β;
9) $n = 3$, радіус кола, описаного навколо основи, дорівнює R, а бічна грань утворює з основою кут γ;
10) $n = 3$, сторона основи дорівнює a, а бічне ребро нахилене до основи під кутом α;
11) $n = 3$, сторона основи дорівнює a, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут β;
12) $n = 3$, сторона основи дорівнює a, а бічна грань нахилена до основи піраміди під кутом γ;
13) $n = 3$, бічне ребро дорівнює b і утворює з площиною основи кут α;
14) $n = 3$, бічне ребро дорівнює b і утворює з висотою піраміди кут β;
15) $n = 3$, бічне ребро дорівнює b, а бічна грань утворює з основою кут γ;
16) $n = 4$, висота піраміди дорівнює H, а бічне ребро нахилене до основи під кутом α;
17) $n = 6$, висота піраміди дорівнює H, а бічне ребро нахилене до основи під кутом α;
18) $n = 4$, висота піраміди дорівнює H, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут β;
19) $n = 6$, висота піраміди дорівнює H, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут β;
20) $n = 4$, висота піраміди дорівнює H, а бічна грань нахилена до основи під кутом γ;
21) $n = 6$, висота піраміди дорівнює H, а бічна грань нахилена до основи під кутом γ;

22) $n = 4$, сторона основи дорівнює a, а бічне ребро нахилене до основи під кутом α;
23) $n = 6$, сторона основи дорівнює a, а бічне ребро нахилене до основи під кутом α;
24) $n = 4$, сторона основи дорівнює a, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут β;
25) $n = 6$, сторона основи дорівнює a, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут β;
26) $n = 4$, сторона основи дорівнює a, а бічна грань нахилена до основи під кутом γ;
27) $n = 6$, сторона основи дорівнює a, а бічна грань нахилена до основи під кутом γ;
28) $n = 4$, сторона основи дорівнює a, а плоский кут при вершині піраміди дорівнює α;
29) $n = 6$, сторона основи дорівнює a, а плоский кут при вершині піраміди дорівнює α;
30) $n = 4$, сторона основи дорівнює a і утворює з бічним ребром піраміди кут ϕ.

Таблиця відповідей

Закінчення таблиці

№ завдання	$S_{осн}$	$S_{біч}$
1	$\frac{3\sqrt{3}H^2\operatorname{ctg}^2\alpha}{4}$	$\frac{3\sqrt{3}H^2\operatorname{ctg}\alpha}{4}\sqrt{4+\operatorname{ctg}^2\alpha}$
2	$\frac{3\sqrt{3}H^2\operatorname{tg}^2\beta}{4}$	$\frac{3\sqrt{3}H^2\operatorname{tg}\alpha}{4}\sqrt{4+\operatorname{tg}^2\beta}$
3	$3\sqrt{3}H^2\operatorname{ctg}^2\gamma$	$\frac{3\sqrt{3}H^2\operatorname{ctg}\gamma}{\sin\gamma}$
4	$3\sqrt{3}r^2$	$\frac{3\sqrt{3}r^2}{\cos\gamma}$
5	$3\sqrt{3}r^2$	$3\sqrt{3}r^2\sqrt{1+4\operatorname{tg}^2\alpha}$
6	$3\sqrt{3}r^2$	$3\sqrt{3}r^2\sqrt{1+4\operatorname{ctg}^2\alpha}$
7	$\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$	$\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}\sqrt{1+4\operatorname{tg}^2\alpha}$
8	$\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$	$\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}\sqrt{1+4\operatorname{ctg}^2\beta}$
9	$\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$	$\frac{3\sqrt{3}R^2}{4\cos\gamma}$
10	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\sqrt{4\operatorname{tg}^2\alpha+1}$
11	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\sqrt{4\operatorname{ctg}^2\beta+1}$
12	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4\cos\gamma}$
13	$\frac{3\sqrt{3}b^2\cos^2\alpha}{4}$	$\frac{3\sqrt{3}b^2\cos^2\alpha\sqrt{4\operatorname{tg}^2\alpha+1}}{4}$
14	$\frac{3\sqrt{3}b^2\sin^2\beta}{4}$	$\frac{3\sqrt{3}b^2\sin^2\beta\sqrt{4\operatorname{ctg}^2\beta+1}}{4}$

№ завдання	$S_{осн}$
15	$\frac{3\sqrt{3}b^2}{\operatorname{tg}^2\gamma+4}$
16	$2H^2\operatorname{ctg}^2\alpha$
17	$\frac{3\sqrt{3}}{2}H^2$ c
18	$2H^2\operatorname{tg}^2\beta$
19	$\frac{3\sqrt{3}}{2}H^2$ t
20	$4H^2\operatorname{ctg}^2\gamma$
21	$2\sqrt{3}H^2$ ctg
22	a^2
23	$\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$
24	a^2
25	$\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$
26	a^2
27	$\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$
28	a^2
29	$\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$
30	a^2