УРОК № 15

Тема уроку. *Коло, описане навколо чотирикутника та вписане в нього.*

Мета уроку: *сформулювати означення кола, описаного навколо чотирикутника, і кола, вписаного в чотирикутник; познайомити учнів із властивостями вершин чотирикутника, вписаного в коло, і властивостями сторін чотирикутника, описаного навколо кола; з розміщенням центра описаного навколо чотирикутника кола і центра кола, вписаного в чотирикутник.*

Тип уроку: *засвоєння нових знань.*

Обладнання: *набір креслярських інструментів.*

Хід уроку

І. Організаційний момент

ІІ. Перевірка домашнього завдання

Учитель збирає зошити на перевірку. Розв'язання задач достатнього та високого рівнів вивішується на стенді, можна роздати ксерокопії розв'язань домашніх задач.

ІІІ. Актуалізація опорних знань учнів

Учитель пропонує учням розгадати кросворд (рис. 1).

За горизонталлю: 4. Геометричне місце точок, рівновіддалених від кінців відрізка. (Медіатриса — серединний перпендикуляр.) Точки площини, рівновіддалені від даної точки площини. (Коло.) Коло, що дотикається до всіх сторін трикутника. (Вписане.)

За вертикаллю: 1. Коло, що проходить через три вершини трикутника. (Описане.) 2. Відрізок, що сполучає центр кола з точкою на колі. (Радіус.) 3. Усі точки площини, рівновіддалені від сторін кута. (Бісектриса.)

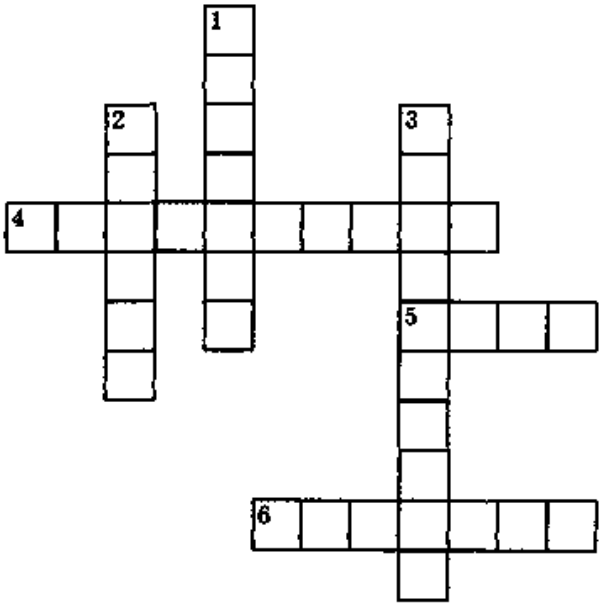


Рис. 1

ІV. Формулювання мети і задач уроку

V. Вивчення нового матеріалу

План викладення теми

1. Означення кола, описаного навколо чотирикутника.
2. Розміщення центра описаного навколо чотирикутника кола.
3. Властивість вершин чотирикутника, вписаного в коло.
4. Означення кола, вписаного в чотирикутник.
5. Розміщення центра вписаного в чотирикутник кола.
6. Властивість сторін описаного чотирикутника.

Учні вже знайомі з колами, вписаними в трикутник і описаними навколо трикутника. А чи можна описати коло навколо чотирикутника? Чи завжди можна це зробити? Чи можливо вписати в чотирикутник коло? У будь-який чотирикутник чи ні?

Коло, описане навколо чотирикутника

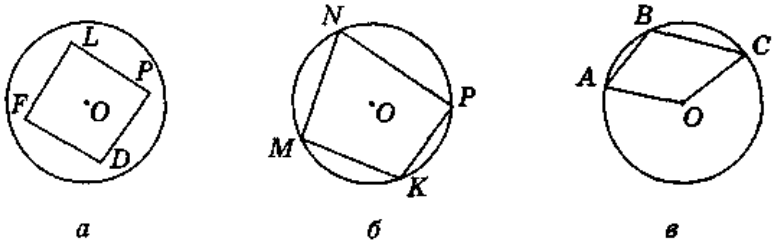
Коло називається *описаним навколо чотирикутника* (чотирикутник у цьому випадку є вписаним у коло), якщо всі його вершини лежать на цьому колі.

Оскільки центр описаного кола — точка, рівновіддалена від усіх вершин чотирикутника, то центр цього кола є точкою перетину серединних перпендикулярів (медіатрис), проведених до сторін чотирикутника.

Усі вершини чотирикутника, вписаного в коло, є рівновіддаленими від центра кола. Відстань від центра описаного кола до будь-якої вершини чотирикутника є радіусом цього кола.

Питання класу

1. У яких випадках (рис. 2, *а – в*) коло описане навколо чотирикутника? Відповідь обґрунтуйте.
2. Чому дорівнює діаметр кола, описаного навколо чотирикутника *KMNP,* якщо *OM* = 5 дм (рис. 2, *б*)?



а *б* *в*

Рис. 2

Завдання класу

- Опишіть кола навколо довільного паралелограма, ромба, прямокутника, квадрата.

Під час виконання цього завдання учні переконуються, що не завжди навколо чотирикутника можна описати коло. Питання: у якому ж випадку це можна зробити? Можливо, хтось із учнів припустить, що навколо квадрата й прямокутника коло можна описати тому, що вони мають прямі кути. Учитель зазначає, що правильну та повну відповідь на поставлене питання вони отримають на наступних уроках.

Коло, вписане в чотирикутник

Учитель пропонує учням дати означення вписаного в чотирикутник кола за аналогією з означенням кола, вписаного в трикутник. У цьому випадку чотирикутник є описаним навколо кола.

Оскільки центр вписаного кола — точка, рівновіддалена від усіх сторін чотирикутника, то центр даного кола є точкою перетину бісектрис кутів чотирикутника.

Усі сторони описаного чотирикутника є дотичними до кола. Перпендикуляр, опущений із центра вписаного кола до сторони чотирикутника, є радіусом вписаного в цей чотирикутник кола.

Питання класу

1. У яких випадках (рис. 3, *а—г)* коло вписане в чотирикутник? Відповідь обґрунтуйте.

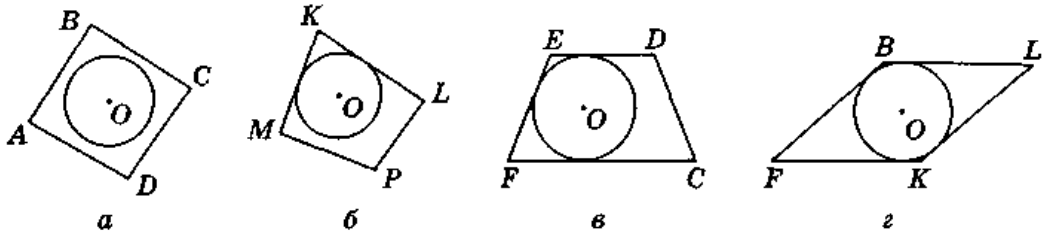


Рис. 3

2. Чому дорівнює діаметр вписаного в чотирикутник кола, якщо відстань від центра кола до сторони чотирикутника дорівнює 4 см?

Завдання класу

- Впишіть коло у довільний паралелограм, ромб, прямокутник, квадрат.

Під час виконання завдання учні роблять висновок, що не у будь-який чотирикутник можна вписати коло. У якому ж випадку можна це зробити?

Твердження: Якщо в чотирикутнику суми протилежних сторін рівні, то в нього можна вписати коло. (Перед доведенням учитель пропонує пригадати властивість бісектриси кута рівнобедреного трикутника, проведеної до його основи.)

Обернене твердження: Суми протилежних сторін чотирикутника, у який вписане коло, рівні. (Перед доведенням учитель нагадує про властивість дотичних, проведених з однієї точки до кола. Один із учнів працює біля дошки під керівництвом учителя.)

VI. Первинне закріплення нових знань учнів

Розв'язування задач

Задача 1. На рис. 4 *ABCD* — трапеція, описана навколо кола, *AB = CD, BE* $\perp$ *AD, AD* = 3*BC.* Знайдіть кут *BAE.*

Розв'язання

Проведемо відрізок *CM,* перпендикулярний до сторони *AD.* Тоді з умови і того, що *AE = MD,* випливає, що *AE = = EM = MD = BC.* Оскільки коло вписане в рівнобедрену

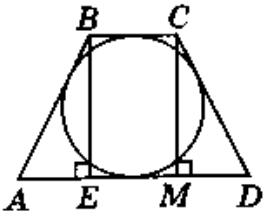


Рис. 4

трапецію $ABCD$, то $AB + CD = BC + AD$, тобто $2AB = 4BC$, $AB = 2BC$.

Таким чином, у трикутнику AEB ($\angle AEB = 90°$) гіпотенуза AB удвічі більша за катет AE ($AE = BC$). Звідси $\angle ABE = 30°$, тоді $\angle BAE = 60°$.

Відповідь: 60°.

Задача 2. У трикутник ABC зі сторонами $AB = 5$ м, $BC = 7$ м, АС = 10 м вписане коло. Пряма, що перетинає сторони АВ і BC у точках M і K відповідно, дотикається до цього кола. Знайдіть периметр трикутника MBK.

(*Відповідь:* 2 м.)

VII. Підбиття підсумків уроку

Запитання класу

1. Наведіть означення описаного навколо чотирикутника і вписаного в чотирикутник кола.
2. Сформулюйте властивість сторін чотирикутника, у який можна вписати коло.
3. Сформулюйте обернене твердження.

VIII. Домашнє завдання

С 1. Доведіть, що якщо в трапецію можна вписати коло, то кут, утворений бісектрисами кутів, прилеглих до бічної сторони, прямий.

С 2. Доведіть, що в паралелограм можна вписати коло тоді й тільки тоді, коли він є ромбом. Визначте розміщення центра цього кола.

Д 3. Доведіть, що радіус вписаного в ромб кола у два рази менший за його висоту.

В 4. У трапеції $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, точка О — центр кола, вписаного в трапецію, $\angle BCD = 2 \angle CDA$. Знайдіть кут AOD.